

goli di torsione della linea per la porzione $m_Q m$ di essa. Si denomini $\hat{\theta}$ tale $\hat{\theta}$ plesso *).

Ora supponiamo che nella superficie polare sia tracciata una delle sviluppate ordinarie della linea data. È noto (ed evidente, per la sua definizione) ch'essa si svolge nel piano mobile secondo una retta che passa pel punto m e che incontra le generatrici l_0, l_1, l_2, \dots nei punti t_0, t_1, t_2, \dots : la porzione mt , che diremo t , sarà il raggio della sviluppata, corrispondente al punto m della linea data. È evidente che per individuare la sviluppata basterà conoscere l'angolo che la retta t fa colla generatrice l_0 : chiamiamo h quest'angolo. Dando ad h tutti i valori possibili avremo tutte le sviluppate della linea data.

Ciò posto, se si osserva il triangolo $t\hat{m}t$ si vede subito che $\angle t\hat{m}t = \hat{\theta} - h$; inoltre, se si conduce dal punto m la md perpendicolare alla retta l e si dice d la sua lunghezza, si ha $d = t \sin \angle t\hat{m}t$. Ora d è evidentemente il raggio di curvatura della linea data nel punto m , dunque si ha la formola:

$$(r) \quad t = \frac{d}{\sin(\theta - h)}$$

la quale venne dimostrata con altre considerazioni dai sig.ⁿⁱ MoLiNS e BRIOSCHI.

Si riferisca ora la linea data a tre assi ortogonali qualsivogliano. Alle proiezioni del raggio l su questi tre assi si potrà sostituire la somma delle proiezioni delle due rette md e $dt = d \cot(\hat{\theta} - h)$: ora se si indicano con p, q, r le coordinate del punto w , con x, y, z quelle del punto l e si segnano con apici le derivazioni rispetto all'arco s della linea data, i coseni degli angoli che le rette md e dt formano rispettivamente coi tre assi sono:

$$\frac{dp''}{d(p'q'' - l'/l)}, \quad \frac{dtfr'' - q''r'}{d(r'p'' - r''l')}, \quad \frac{dr''}{d(r'p'' - r''l')},$$

dunque le somme di quelle proiezioni saranno :

*) È evidente che θ o anche il complesso degli angoli di contingenza della linea luogo dei centri delle sfere osculatrici della porzione $i_0 i$ di questa linea, la qual porzione è precisamente quella che corrisponde alla $m_0 m$ della linea data, per cui *questi due complessi*, relativi a porzioni corrispondenti delle due linee, *sono costantemente eguali fra loro*. Si dimostra facilmente che, a vicenda, *il complesso degli angoli di contingenza d'una porzione qualunque della linea data equivale a quella degli angoli di torsione della corrispondente porzione di linea luogo dei centri delle sfere osculatrici*: infatti il primo complesso è misurato dalle successive deviazioni delle tangenti alla linea data, ossia dei piani normali ad essa, ed il secondo è misurato dalle successive deviazioni dei piani osculatori della seconda linea, i quali non sono altro che i piani normali della prima.